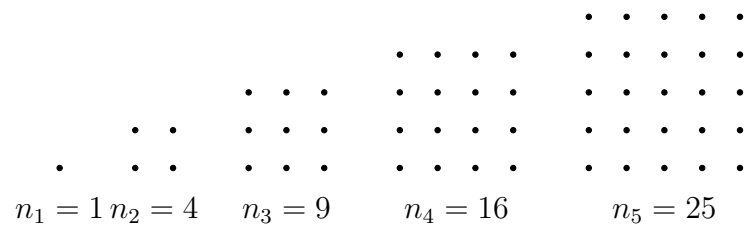


Ötletek a megoldáshoz

1. feladat Az ábrán az első öt négyzetszámot látod. Add meg a hatodik, tizennegyedik, n -edik négyzetszámot!



Megoldás: $36, 196, n^2$

2. feladat Hányadik négyzetszám a 225?

Megoldás: 15.

3. feladat Írd fel a szomszédos négyzetszámok különbségét! Mit figyelhetsz meg? Állításodat bizonyítsd is be!

Ötlet: Mindig egy „L” alakú peremmel bővítünk, sorban kapjuk a páratlan számokat.

4. feladat Két négyzetszám különbsége **a)** 11 **b)** 27. Melyik ez a két négyzetszám?

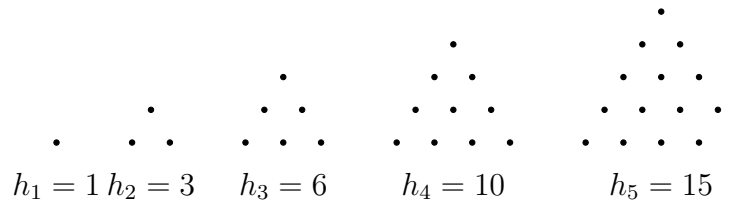
Megoldás: $36 - 25 = 11$, illetve $196 - 169 = 36 - 9 = 27$.

5. feladat Keress olyan négyzetszámokat, amelyek különbsége is négyzetszám! Hány megfelelő számpárt találhatunk?

Ötlet: A felső sorba írjuk fel az egymást követő négyzetszámokat, alájuk a különbségüket.

A második sorban a páratlan számok állnak. Mindegyik páratlan négyzetszám előfordul, így végtelen sok megoldás lesz. Természetesen nem kaptuk meg az összes pitagoraszi számhármast.

6. feladat Az ábrán az első öt háromszögszámot látod. Add meg a hatodik, tizennegyedik, n -edik háromszögszámot!



Megoldás: 21, 105, $\frac{n(n+1)}{2}$.

7. feladat Két háromszögszám különbsége 15. Melyik ez a két háromszögszám?

Megoldás: $h_{15} - h_{14} = 120 - 105$, $h_8 - h_6 = 36 - 21$, $h_6 - h_3 = 21 - 6$.

8. feladat Keress összefüggést a háromszögszámok és négyzetszámok között!

Ötlet: toljunk össze két szomszédos háromszöget! $n_k = h_k + h_{k-1}$, $n_k = 2h_k - k$.

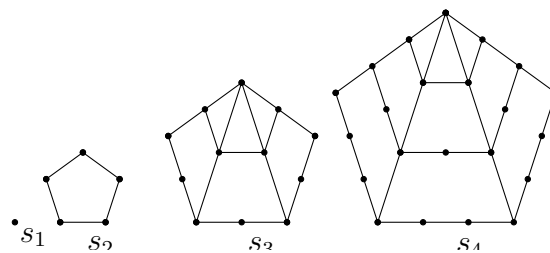
9. feladat Hányadik háromszögszám a **a)** 36, **b)** 820?

Ötlet: a szám kétszerese két négyzetszám közé esik. Nyolcadik, negyvenedik.

10. feladat Van-e olyan négyzetszám, ami háromszögszám is? Ha nem létezik, miért nincs? Ha van, hány van?

Ötlet: $n_6 = h_8$, végtelen sok megoldás van. $n(n+1) = 2k^2$ egyenletből azt kapjuk, hogy n négyzetszám és $n+1$ egy négyzetszám kétszerese, vagy fordítva. Az $x^2 - 2y^2 = \pm 1$ Pell-egyenlethez jutottunk.

11. feladat Az ábrán az első négy ötszögszámot látod. Add meg a hatodik, tizennegyedik, n -edik ötszögszámot!



Megoldás: 51, 287, $s_n = s_{n-1} + 3n - 2$

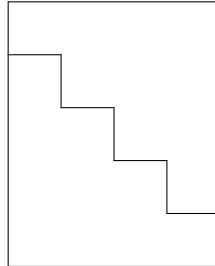
12. feladat Keress kapcsolatot a háromszög-, négyzet- és ötszögszámok között!

Megoldás: $s_n = n^2 + h_{n-1} = h_n + 2h_{n-1} = 2h_n - 1 + h_{n-2}$

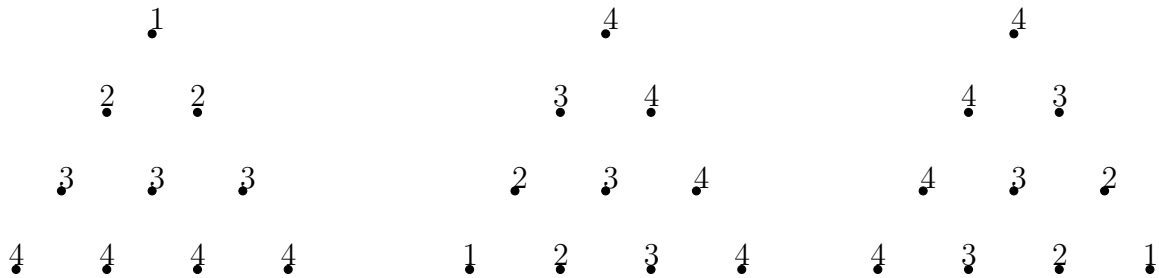
13. feladat Általánosítsd a háromszög-, négyzet- és ötszögszámokat!

Ötletek: hatszögszámok, stb. a síkban. A térben a köbszámok és a tetraéderszámok.

14. feladat Gauss-módszer



15. feladat Négyzetszámok összege



Ötlet: egy háromszögben a négyzetszámok összege áll 1^2 -től n^2 -ig. A három példányt tegyük egymásra! Minden helyen $2n + 1$ áll, összesen $\frac{n(n+1)}{2}$ hely van.

16. feladat Keres kapcsolatot az első n pozitív egész -, illetve az első n háromszögszám összege és a Pascal-háromszög között!

Ötlet: Minden sorban a második helyen állnak a pozitív egészek. A „zokni-szabály” értelmében n -ig az összeg a következő sor harmadik száma lesz. A harmadik számok összege a következő sor negyedik száma lesz.