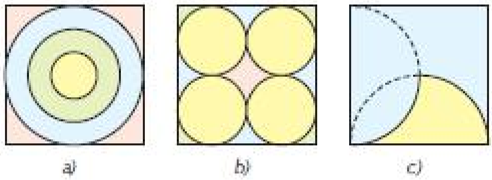
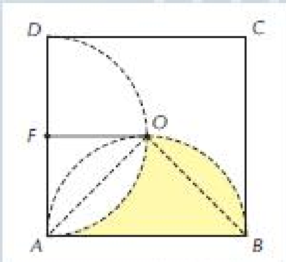
Érthető matematika tankönyv, 12.o, 81. oldal:



Oldjuk meg a lecke bevezetőjében említett rejtvényeket! Legyen mindhárom feladatban a négyzet oldala egységnyi, s határozzuk meg, hogy mekkorák a különböző színnel jelölt részterületek, illetve hogy hány százalékát fedik le a négyzet területének! (A koncentrikus körök sugarai $r_1 = \frac{1}{6}$, $r_2 = \frac{1}{3}$ és $r_3 = \frac{1}{2}$.)



c) Több – nem lényegesen különböző – gondolatmenet is célhoz vezet, ezekből néhányat megmutatunk.

Első megoldás: Jelöljük a négyzet csúcsait *A, B, C, D*-vel, a középpontját *O*-val, az *AD* oldal felezőpontját *F*-fel. Kézenfekvő lehetőség az *AO* „szilvamag alakú”, két körívvel határolt terület nagyságának a meghatározása.

AFO 90°-os körcikk, területe $t_1 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2\pi}{4} = \frac{\pi}{16}$. Az *AFO* derékszögű háromszög területe $t_2 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)}{2} = \frac{1}{8}$. A két terület különbsége a „szilvamag” területének a felét adja, így a „szilvamag” területe $t_3 = 2\left(\frac{\pi}{16} - \frac{1}{8}\right) = \frac{\pi - 2}{8}$. A keresett színezett terület pedig az *AB* átmérőjű félkör és a „szilvamag” területének a különbsége:

$T = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2\pi}{2} - t_3 = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi - 2}{8} = \frac{1}{4}$ (területegység).

Másképpen is meghatározhatjuk a „szilvamag” területét. Például az *AB, BC, CD, AD* oldalakra befelé megrajzoljuk a félköröket. Ezek területösszege $4 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$, s ez éppen 4 „szilvamag”-gal több a négyzet területénél. Így a „szilvamag” területe $\frac{\frac{\pi}{2} - 1}{4} = \frac{\pi - 2}{8}$.

Második megoldás: A *BO* „fél szilvamag” alakú terület (tehát amit a *BO* szakasz és a *BO* ív határol) átdarabolható az *AO* „fél szilvamag”-ba. Így a színezett terület nagysága megegyezik az *AOB* derékszögű háromszög területével, ami az *ABCD* négyzet területének a negyede.

Harmadik megoldás: Legegyszerűbb talán a transzformációs gondolatmenet alkalmazása. Az *AOB* színezett területet háromszor elforgatjuk *O* körül 90°-kal. Az eredeti alakzat és a három kép együttesen lefedi (hézagmentesen és átfedés nélkül) az *ABCD* négyzetet, így az *AOB* satírozott területet negyede a négyzet területének.