

3. A 100-nál kisebb prímszámok közül válasszunk ki ötöt úgy, hogy ezek számjegyei között az 1-től 9-ig terjedő számjegyek mindegyike pontosan egyszer forduljon elő. Hányféleképpen lehetséges ez?

Megoldás. Az öt számban szereplő számjegyek száma csak úgy lehet egyenlő a rendelkezésre álló számjegyek számával, 9-cel, ha köztük 4 két jegyű és 1 egyjegyű van.

1 pont

A kétjegyűek utolsó számjegye nem lehet páros és nem lehet az 5-ös, tehát csak az 1, 3, 7, 9 számok közül kerülhet ki. Eszerint a négy kétjegyű szám utolsó jegye – valamilyen sorrendben – éppen a fenti négy szám, és emiatt ezek másutt nem szerepelhetnek. Az egyjegyű prímszámok közül így csak a 2 és az 5 jöhet szóba.

1 pont

Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor a kiválasztott egyjegyű szám a 2, ekkor a négy kétjegyű első jegye a 4, 5, 6, 8 közül kerül ki; és a szóba jövő prímek a következők (jegyeik szerint elrendezve):

41	–	61	–
43	53	–	83
47	–	67	–
–	59	–	89

Azt kell meghatároznunk, hányféleképpen választhatunk ki a fenti alakba rendezett számok közül négyet úgy, hogy mindegyik sorból és mindegyik oszlopból pontosan egyet válasszunk.

1 pont

Ha az első sorból a 41-et választjuk, akkor a harmadik sorból már csak a 67-et választhatjuk, és a másik két szám választására két lehetőségünk marad: az 53, 89 pár és az 59, 83 pár. Ez eddig két eset. Ha az első sorból a 61-et választjuk, a harmadik sorból csak a 47-et választhatjuk, és a másik két szám megválasztására ugyanaz a két lehetőségünk van, mint az előbb. Itt tehát 4-féleképpen választhatjuk meg a 4 kétjegyű számot.

2 pont

Ugyanennyi a lehetőségek száma, ha egyjegyűnek a 5-öt választjuk, hiszen a másik négy számra szóba jöhető számok ugyanúgy rendezhetők, mint az előbb:

41	–	61	
43	23	–	83
47	–	67	–
–	29	–	89

(csak az előbbi második oszlop helyére léptek a 2-essel kezdődő prímek), és itt ugyanaz a feladatunk, mint előbb. Ebben az esetben is a 4 a megfelelő választások száma.

1 pont

Tehát összesen 8-féleképpen választhatjuk ki a számokat.

1 pont

Összesen: 7 pont