

2. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$x^2 + 4 \left(\frac{x}{x-2} \right)^2 = 45$$

Megoldás: $x = 2$ nem lehet, mert ekkor a tört nevezőjében nulla lenne. 1 pont

Szorozzuk be az egyenletet $(x-2)^2$ -nel és rendezzünk 0-ra:

$$x^4 - 4x^3 - 37x^2 + 180x - 180 = 0 \quad 1 \text{ pont}$$

A bal oldal szorzattá alakítható:

$$(x-3)(x-6)(x^2 + 5x - 10) = 0 \quad 3 \text{ pont}$$

Szorzat akkor és csak akkor 0, ha valamelyik tényezője 0. Az első tényezőtől kapjuk az $x_1 = 3$, a másodiktól az $x_2 = 6$ megoldást. A harmadik tényező másodfokú, ennek gyökei $x_3 = \frac{-5+\sqrt{65}}{2}$ és $x_4 = \frac{-5-\sqrt{65}}{2}$. 1 pont

Ellenőrizve, a négy gyök valóban kielégíti a feladatban kitűzött egyenletet. 1 pont

Összesen: 7 pont