

1. feladat

Mely 1-nél nagyobb egész számok lehetnek két egymást követő $n^2 + 3$ alakú szám közös osztói?

Megoldás: Tegyük fel, hogy a k természetes szám osztója $n^2 + 3$ -nak és $(n + 1)^2 + 3$ -nek is. Ekkor k osztója a különbségüknek is, vagyis $2n + 1$ -nek is. (2 pont)

Ekkor k ugyancsak osztója az $n(2n + 1) - 2(n^2 + 3) = n - 6$ számnak, és így $(2n + 1) - 2(n - 6) = 13$ -nak is. Tehát ha $k > 1$, akkor csak $k = 13$ lehet. (3 pont)

Másrészt a 13 szám valóban megfelelő, mert $n = 6$ -ra 13 osztója az $n^2 + 3 = 39$ és az $(n + 1)^2 + 3 = 52$ számnak is. (2 pont)

Megjegyzés: A 13 számhoz $n^2 + 3$ és $2n + 1$ másféle kombinációi útján is eljuthatunk (például $4(n^2 + 3) - (2n - 1)(2n + 1) = 13$), a megoldás középső részlete ezek bármelyikével teljes értékű.