

Szakköri feladatok

Algebrai feladatok megoldása trigonometriai módszerekkel

1, Oldjuk meg az egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$$

2, Oldjuk meg az egyenletrendszert!

$$\left. \begin{array}{l} 4xy(x^2 - y^2) = -1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{array} \right\}$$

3, Oldjuk meg az egyenletrendszert!

$$\left. \begin{array}{l} 2x + x^2y = y \\ 2y + y^2z = z \\ 2z + z^2x = x \end{array} \right\}$$

4, Az x, y, z számokra teljesül, hogy

$$x^2 + xy + y^2 = 25$$

$$y^2 + yz + z^2 = 36$$

$$z^2 + zx + x^2 = 49$$

Mekkora az $xy + yz + zx$ értéke?

5, Határozzuk meg $ab + cd$ értékét, ha $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$ és $ac + bd = 0$!

6, Igazoljuk, hogy ha $c > 0$, $a > c$ és $b > c$, akkor

$$\sqrt{(a+c)(b+c)} + \sqrt{(a-c)(b-c)} \leq 2\sqrt{ab}$$

7, Határozzuk meg az $x^2 + xy$ kifejezés maximumát, ha $x^2 + y^2 = 1$ és $x > 0$, $y > 0$.

8, Igazoljuk, hogy három pozitív valós szám közül mindig kiválasztható kettő, x és y ,

amelyekre $0 \leq \frac{x-y}{1+xy} \leq 1$ teljesül.

9, Oldjuk meg az egyenletrendszereket!

$$\text{a.) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 4 \\ x^3y - xy^3 = 2\sqrt{3} \end{array} \right\}$$

$$\text{b.) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ 4xy(2x^2 - 1) = 1 \end{array} \right\}$$

10, Határozzuk meg $ac - bd$ értékét, ha $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$ és $bc + ad = 1$!

Forrás: Dr. Katz Sándor, Bonyhád