Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
Döntő
7. osztály
2010

1. Diszkoszvető versenyen a döntőbe hatan jutottak. Minden versenyzőnek egy dobása volt még hátra. Az utolsó dobások után, a dobások sorrendjében jelöltük, hogy az addig dobottak közül hányadik helyen áll a versenyző a dobása után.

Péter-1 Pál-1 Soma-3 Sándor-3 Bence-2 Bálint-2

Kik végezhettek dobogós helyen a versenyen?

2. Mindegyik kis kockának a felülete 54 cm^2. Hány kis kockára van szükségünk ahhoz, hogy összerakásuk után egy 864 cm^2 felületű tömör nagy kockát kapjunk belőlük?

3. Tamara egy érdekes számsorozatra bukkant a könyvében. A sorozat minden tagja egyjegyű pozitív egész szám, valamint minden tag megegyezik az őt megelőző két tag szorzatának számjegyösszegével. A kislány elárulta, hogy ebben a sorozatban az első helyen a nyolcas szám áll, a negyedik helyen pedig a 2-es szám van. Milyen szám állhat ebben a sorozatban a hatodik helyen?

4. Határozd meg azoknak a törteknek a számát, melyeknek értéke a három többszöröse és számlálójuk valamint nevezőjük háromjegyű természetes szám!

5. Adott egy ABCD négyzet és egy P pont úgy, hogy a D az AP szakasz felezőpontja. Rajzoljunk a P ponton át egy egyenest, amely a CD oldalt N, az AB oldalt M pontban metszi. Határozzuk meg az N helyét, ha az MBCN trapéz és az AMND trapéz területének aránya 5:3.

Megoldásvázlat, pontozási javaslat

1. Pált már nem előzte meg senki, így ő lett az első. 2 pont
Somát mindenki megelőzte, így ő a hatodik. 2 pont
Bencét egy versenyző előzte meg az utolsó dobásig, Bálint második lett, ezért Bálint dobása előtti 2. helyezettből lett a verseny 3. helyezettje. Tehát Bence lett a harmadik, Bálint a második. 3 pont
Sándort megelőzte Péter, így ő az ötödik, Péter pedig a negyedik. 3 pont

2. Egy kiskocka, egy lapjának területe $9cm^2$, a kiskocka éle 3cm. 3 pont
A nagykocka egy lapjának területe $144cm^2$, egy éle 12cm. 3 pont
A tömör nagykocka elkészítéséhez
$4^3 = 64$ darab kiskockára van szükség. 4 pont

3. Legyen a számsorozat első hat tagja:
$\underline{8};\ \underline{a};\ \underline{b};\ \underline{2};\ \underline{c};\ \underline{d}$
Esetvizsgálattal:
$a \neq 6; 7; 8$, mert ekkor b kétjegyű 2 pont
Ha a helyére 0, 1, 2, 3, 9 számokat írunk, akkor a negyedik tag nem 2. 4 pont
Ha $a = 4$, akkor a tagok: 8, 4, 5, 2, 1, 2 2 pont
Ha $a = 5$, akkor a tagok: 8, 5, 4, 2, 8, 7. 2 pont

4. Legyen a tört $\frac{a}{b}$.
A tört nevezője: $100 \leq b \leq 333$ lehet, 3 pont
mivel a számláló maximuma 999. 2 pont
100-tól 333-ig 334 nevező létezik. 3 pont
Minden nevező egy és csak egy törtet határoz meg, ezért a megfelelő törtek száma 334. 2 pont

5. Legyen N a CD oldal D-hez közelebb eső negyedelő pontja. A PN egyenes az AB oldalt M felezési pontban metszi. 4 pont
Válasszuk egységnek a PDN háromszög területét. 2 pont

Az AMND trapéz területe három, míg az MBCN trapéz területe 5 egységnyi területből áll. 3 pont

Tehát a keresett pont a DC oldal D-hez közelebb eső negyedelő pontja. 1 pont