

Megoldások
8. évfolyam

1. (a) Alakítsuk szorzattá $x^3 - 4x = x(x+2)(x-2)=0$ 2 pont
Ebből $x_1=0$, $x_2=-2$, $x_3=2$ 3 pont

(b) Negatív számokra nem teljesülhet az egyenlőség,
az abszolút érték definíciója miatt 3 pont
Minden nem negatív számra igaz. 2 pont

2. Legyen az AC oldalú négyzet középpontja D, a BC oldalúé E, az AB oldalúé F.
A DCE pontok egy egyenesen vannak, mert
DCA szög=BCE szög $=45^0$, ACB szög $=90^0$ 3 pont
Az ABC háromszög egybevágó az AFB háromszöggel, mert
közös AB átfogójú egyenlőszárú derékszögű háromszögek. 3 pont
Az ABED négyszögnek négy derékszöge van,
ezért téglalap AB=DE. 2 pont
Mivel a DFE háromszög DE oldalához tartozó magasság
Kétszerese az ABC háromszög AB-hez tartozó magasságának,
Ezért a DFE háromszög területe kétszerese az ABC területnek. 2 pont

3. 10 féle párosítás lehet, 2 pont
minden pár 3 mérkőzést játszik, így fejenként 12 mérkőzés lesz. 2 pont
Összesen $\frac{10 \cdot 3}{2} = 15$ mérkőzést játszanak. 2 pont

színessel jelöltük amelyiket Cili elvesztette:

AB- CD	AB- CE	AB-DE
AC -BD	AC -BE	AC -DE
AD- BC	AD-BE	AD- CE
AE- BC	AE-BD	AE- CD
BC -DE	BD- CE	BE- CD

Látható, hogy Dóra még három mérkőzését vesztette el, 2 pont
így Emese 8 mérkőzésen nyert. 2 pont

4. A kivágott két kör középpontosan szimmetrikus a középpontjaik felezési pontjára, ezért minden ezen átmenő egyenes
a két kört egyenlő területű részekre bontja, vagy nem metszi. 4 pont
A téglalap középpontosan szimmetrikus az átlói metszéspontjára, ezért

az ezen átmenő egyenesek két egyenlő területű részekre bontják. 4 pont

A keresett egyenes tehát az az egyenes, amely áthalad az előbbi két szimmetria középponton. 2 pont

5. Vizsgáljuk meg az összeg tagjait

$$\frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \quad 3 \text{ pont}$$

$$\frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

Általánosan: $\frac{1}{k \cdot (k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ 2 pont

Ezért

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2010 \cdot 2011} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2010} - \frac{1}{2011} \quad 3 \text{ pont}$$

A keresett összeg: $1 - \frac{1}{2011} = \frac{2010}{2011}$ 2 pont