

**Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye**

**7. évfolyam**

**Döntő**

**2013**

**Megoldások, pontozás**

1. feladat

A nagy kocka lapjainak középpontjában minimum 1, maximum 6 pont van.

**2 pont**

Az élek mentén, nem a csúcsokban látszódó kis kockákon minimum 1+2, maximum 5+6 pont van.

**2 pont**

A csúcspontoknál látszódó pontok száma minimum 1+2+3, maximum 4+5+6.

**2 pont**

A látszódó pontok száma minimum:  $1 \cdot 6 + (1 + 2) \cdot 12 + (1 + 2 + 3) \cdot 8 = 90$ .

**2 pont**

A látszódó pontok száma maximum:  $6 \cdot 6 + (5 + 6) \cdot 12 + (4 + 5 + 6) \cdot 8 = 288$

**2 pont**

2. feladat

$$10080 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

**2 pont**

A szám akkor a legkisebb, ha a legkevesebb számjegyből áll, és a nagyobb helyi értéken álló szám a lehető legkisebb.

**1 pont**

Az 5 és a 7 más prímtényezővel nem szorozható, mert a szorzat legalább kétjegyű lenne.

**2 pont**

A  $2^5 \cdot 3^2$  szorzatból készíthető legkevesebb számjegyek: 8, 6, 6, illetve 4, 8, 9.

**3 pont**

A legkisebb szám: 45789.

**2 pont**

3. feladat

Legyenek a téglatest élei  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ekkor  $ab = 48\text{cm}^2$ ,  $bc = 72\text{cm}^2$  és  $ca = 96\text{cm}^2$ .

**2 pont**

$$48 \cdot 72 \cdot 96 = 2^{12} \cdot 3^4 = a^2 b^2 c^2$$

**3-3 pont**

$$V = abc = 2^6 \cdot 3^2 = 576 \text{ (cm}^3\text{)}$$

**2 pont**

4. feladat

Az alapon levő szögek  $72^0$ -osak.

**2 pont**

CAD szög  $180^0 - (36^0 + 108^0) = 36^0$ , tehát  $CD=AD$ .

**3 pont**

DAB szög  $36^0$ , ADB szög  $72^0$ , tehát  $AD=AB$ .

**3 pont**

Az előzőek alapján:  $CD=AD=AB$ , vagyis  $CD=AB$ .

**2 pont**

5. feladat

Nem lehet minden szám négyjegyű, mivel  $500 \cdot 4 = 2000$ , sem ötjegyű, mivel  $500 \cdot 5 = 2500$ , ezért 4 és 5 jegyű számokat keresünk.

**2 pont**

Legyen a 4 jegyű számok száma  $x$ , ekkor az 5 jegyű számok száma  $500 - x$ .

$$4x + 5(500 - x) = 2013, \quad x = 487.$$

**3 pont**

Tehát 487 darab 4 jegyű és 13 darab 5 jegyű számra van szükség.

Az 5 jegyű számok: 10000, 10001, ..., 10012.

**2 pont**

A 4 jegyű számok: 9513, 9514, ..., 9999.

**3 pont**