

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2015-2016
8.osztály
Döntő
Megoldások

1. Legyen a hajó hossza h lépés és a sebessége Okoska sebességének k -szorososa. Ekkor $200-200k=h$, illetve $40k+40=h$ összefüggésekből a hajó hossza $\frac{200}{3}$ lépés, azaz 40m.

2. A CEKG négyszög négyzet, mert minden szöge derékszög és két egymás melletti oldala egyenlő, sugár hosszú.

A háromszög átfogója Pitagorasz tétele alapján 13 cm. Az érintőszakaszok egyenlősége miatt $(5-r)+(12-r)=13$, így $r=2$ cm, a kör területe: $4\pi \text{ cm}^2$.

3. Az átló berajzolásával 2 darabra vágva, egyenlőszárú derékszögű háromszögeket kapunk. Egy ilyen háromszög átfogóhoz tartozó magassága hasonló háromszögekre bontja a háromszöget, behúzásával eggyel nő a háromszögek száma. A lépéssorozatot folytatva elérhető, hogy 2016 darab egyenlőszárú (derékszögű) háromszög keletkezzen.

Megjegyzés: Más konstrukciók is lehetségesek. Például minden téglalap felbontható 4 darab egyenlő szárú háromszögre, ezért elegendő a négyzetet – valamilyen módon – 504 téglalapra felbontani.

4. A szám $\overline{abc9}$ alakú, ezért 9 osztója $a+b+c$ összegnek, mely 9 vagy 18 vagy 27 lehet. Mivel a szám végződése 9, ezért nem lehet sem páros, sem 5-ös számjegye. Az ilyen számhármások: 333, 117, 171, 711, 999. A feltételeknek csak három szám felel meg: 3339, 7119, 9999.

5. Egy lehetséges nyerő stratégia: A kezdő nyer, ha első lépésnek berajzol egy szimmetria átlót, majd mindig ellenfele lépésének a tükörképét rajzolja be.

14 oldalú sokszög esetén a szimmetria átló végpontjai különböző színűek.
Ebben az esetben a másodiknak van nyerő stratégiája: mindig ellenfele
lépésének a szimmetria középpontra vonatkozó tükörképet tudja berajzolni.