

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2016-2017
7.osztály
Első forduló
Megoldások

1. A mama életkorát m -mel jelölve a feltételek a következőképpen írhatók fel:

$$m + (m - 24) + (m - 22) + (m - 20) + (m + 6) = 80$$

innen $m = 28$ tehát a mama 28 éves, a papa 34 éves, a gyerekek 4, 6 és 8 évesek.

Életkoraik összege valóban 80 év.

2. Összesen 9000db négyjegyű szám van. Ebből $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536$ db olyan van, amelynek minden jegyé különböző. A többinek, tehát $9000 - 4536 = 4464$ -nek vannak azonos számjegyei.

3. A három számra igaz: $x : 2x : 4x$, hiszen arányuk $1 : 2 : 4$.

Négyzeteik összege:

$$x^2 + (2x)^2 + (4x)^2 = x^2 + 4x^2 + 16x^2 = 21x^2 = 189$$

innen: $x^2 = 9$, tehát a feltétel szerint x csak 3 lehet.

A keresett három szám tehát a 3, 6 és 12, $9 + 36 + 144 = 189$, tehát jók.

4. A háromszög egyenlőszárú, melynek adott magassága egyben szögfelező is. Ezért DAE szög = 30 fok. ADE háromszög is egyenlőszárú, így ADE szög = 75 fok. AD magasság volt, ezért ADC szög 90 fok, tehát EDC szög 15 fokos.

5. Egy szorzat utolsó számjegyét csak a szorzótényezők utolsó számjegyeinek szorzata határozza meg. Így 2016 bármely hatványa 6-ra végződik. A 7 végű számok hatványainak utolsó számjegyei négyes periódust mutatnak: $7 - 9 - 3 - 1$, s így tovább. 2017 négyvel osztva 1 maradékot ad, tehát a 2017. hatvány 7-re végződik. Egy 6 végű és egy 7 végű szám szorzata, tehát a kérdéses szorzat 2-re végződik.