Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2017-2018
8.osztály
Első forduló
Megoldások

1. Annak feltétele, hogy a különbség osztható legyen tízzel az, hogy ugyanolyan legyen a végződésük. A természetes számok négyzete 0, 1, 4, 5, 6, 9 számjegyre végződhet csak. Ez 7db, tehát ennél több négyzetszám között biztosan van azonos utolsó jegyű.

2. A versenyen résztvevők 60%-a az iskola tanulóinak 12%-a – 0.2x0.6=0.12 -, így a 80 versenyző 8%. Tehát az iskola tanulóinak 1%-a 10 gyerek. Az iskolának 1000 tanulója van.

3. Ha még 4db 10 forintost tennénk hozzá, éppen osztható lenne 9-cel, 10-zel és 11-gyel. Így osztható lenne 9x10x11=990-nel is. Ezek szerint lehet 990-4=986,
   990x2-4=1976 vagy 990x3-4=2966 db 10 forintos.

4. A felszín 2x(ab+ac+bc)=340, így ab+ac+bc=170, az arányokat figyelembe véve
   ab=40, ac=50, bc=80. Ezek szorzata
   abxacxbc=$a^2xb^2xc^2$=$(abc)^2$=160000=400^2, tehát a térfogat $400cm^{2.}$ (Ez kijöhet úgy is, hogy a szorzatok lehetséges egész felbontásait vizsgálom.)

5. A kérdéses derékszögű trapéz nem lehet téglalap, mert akkor nem lehetne valamelyik oldallal egyenlő hosszú átlója.
   A kérdéses átló csak a derékszögű csúcsból indulhat, különben ellentmondásra jutunk az egyforma oldallal. Így a trapéz szétesik két egyenlő szárú derékszögű háromszögre: az egyiknek az átfogója a 6cm-es átló, ennek területe (6x6):4=$9cm^2$, a másiknak befogója a 6cm-es átló, ennek területe (6x6):2=$18cm^2$. A trapéz területe tehát
   $9cm^2$+$18cm^2$=$27cm^2$.