Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
6. oszály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: A 6. *A* osztály egy képviselőt választ. Az osztálynak csak a 75%-a szavazott. A szavazatok $\frac{5}{6}$-át Peti kapta, és csak 4 gyerek nem szavazott rá. Hányan járnak az osztályba?
(5 pont)

1. feladat megoldás: Peti a szavazatok 75%-ának az $\frac{5}{6}$-át kapta meg, vagyis a 75%-ának az $\frac{1}{6}$-át nem. *(1 pont)* Az osztálylétszám $\frac{3}{4}$-ének az $\frac{1}{6}$-a az a létszámnak az $\frac{1}{8}$-a. *(3 pont)* Mivel ez utóbbi 4 gyereket jelent, az osztálylétszám 32. *(1 pont)*

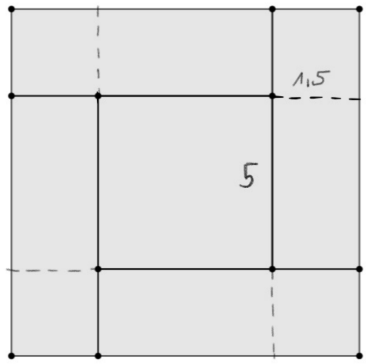
2. feladat: Adjuk meg azokat a pozitív egész számokat, melyeket prímszámok szorzataként felírva a szorzatban szereplő prímszámok összege 13. (Pl. $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$)
Megjegyzés: Prímszámnak nevezzük azokat a pozitív egész számokat, melyeknek pontosan 2 db pozitív osztójuk van.
(6 pont)

2. feladat megolás: A 13-at 9 féleképpen lehet prímszámok összegére bontani $(13, 2+11, 2+2+2+7, 3+3+7, 2+2+2+2+5, 2+3+3+5, 3+5+5, 2+2+2+2+2+3, 2+2+3+3+3)$
Mind a 9 felbontás: *(3 pont)*
$7-8$ felbontás: *(2 pont)*
$5-6$ felbontás: *(1 pont)*
Szorzatok: $13, 22, 56, 63, 80, 90, 75, 96, 108$ *(3 pont)*
$1-2$ hiba: *(-1 pont)*
$3-4$ hiba: *(-2 pont)*

3. feladat: Az ábrán a nagyobb négyzet 4 egyforma téglalapból és egy kisebb négyzetből lett kirakva. (Vigyázz! Az ábra nem méretarányos.) Egy téglalap kerülete 16 cm. A kisebb négyzet területe 25 cm^2. Mekkora egy téglalap területe?
(7 pont)

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza

3. feladat megoldás: A középső kis négyzet egy oldala 5 cm *(1 pont)*
Egy téglalap kerülete 16 cm. Ez a kerület megegyezik 2-szer a kisebb négyzet oldalával és a sarkokban létrejövő kis szaggatott oldalú négyzetek kerületével. *(2 pont)*
Ezért a sarkokban létrejövő négyzetnek 1 oldala: $(16-10):4=1,5$ cm *(2 pont)*
A téglalap oldalai: $1,5$ cm és $6,5$ cm, területe $9,75$ cm^2. (Vagy $\frac{39}{4}$ cm^2.) *(2 pont)*



4. feladat: 1-től 2021-ig hány olyan pozitív egész szám van, amelyben van két szomszédos 2-es számjegy? *(7 pont)*

4. feladat megoldás: Az első 2 helyiértéken nem állhat 2-es. *(1 pont)*
Ha a második és a harmadik helyiértéken állnak a szomszédos 2-esek, akkor az ezresek helyére kerülhet 0 (ekkor háromjegyű a szám) vagy 1, az egyesek helyiértékére pedig 0-tól 9-ig bármi, tehát ez $2\cdot 10=20$ lehetőség. *(2 pont)*
Ha a két szomszédos 2-es a harmadik és a negyedik helyiértéken áll, akkor az első helyen már nem állhat 2-es, mert akkor a szám legalább 2022 lenne. Ezért megint 0 vagy 1 állhat az ezresek helyén. A százasok helyén $0-9$-ig a 2-est kivéve bármilyen számjegy állhat, (ha 2-es áll, azt már az előző esetben számoltuk), ezért ez összesen $2\cdot 9=18$ lehetőség. *(3 pont)*
Így összesen $18+20=38$ féle megfelelő szám van. *(1 pont)*

5. feladat: Ugyanakkora kis fakockákból kirakunk egy nagyobb kockát, egy $5\times5\times5$-öset. Ezután minden kisebb kockára ráírjuk, hogy hány másik kockával lapszomszédos a nagyobb kockában. Két kocka akkor lapszomszédos, ha egy teljes lapjukkal érintkeznek. Mennyi a kis kockákra írt számok összege?
(8 pont)

5. feladat megoldás: Ha a kockának a külső részét "lehámozzuk", akkor "belül" egy $3\times3\times3$-as kocka marad, ezek a kockák mind másik 6 kockával lapszomszédosak, vagyis itt a számok összege $3^3\cdot 6=162$.
(1 pont)
A felszínen $3\cdot 3\cdot 6$ kocka van, melynek csak 1 lapjához nem kapcsolódik másik kocka, ezért itt a számok összege $9\cdot 6\cdot 5=270$. *(2 pont)*
Az éleken elhelyezkedő kockák, melyek nem sarkok, 4 oldalukkal kapcsolódnak másik kockához, ilyenből $12\cdot 3=36$ kocka van, így a számok összege $36\cdot 4=144$. *(2 pont)*
A sarkok további $8\cdot 3=24$-et adnak az összeghez. *(2 pont)*
Összesen: a számok összege: $162+270+144+24=600$. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Jakucs Erika, Kocsis Szilveszter, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza