

Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
6. osztály
II. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: Kilenc korongból álló készletünk van, az egyes korongokra a 6, 10, 14, 15, 21, 22, 33, 35, 55 számokat írtuk. Úgy szeretnénk egy sorba egymás mellé letenni a korongokat, hogy bármely kettő szomszédosnak legyen 1-nél nagyobb közös osztója.

a) Lehetséges ez? Ha igen, adj meg egy ilyen elrendezést, ha nem, indokold, miért nem lehet!

b) Lehetséges-e körben elhelyezni úgy a korongokat, hogy bármely két szomszédosnak legyen 1-nél nagyobb közös osztója? Ha igen, adj meg egy ilyen elrendezést, ha nem, indokold, miért nem lehet!

(10 pont)

1. feladat megoldás :

a) Lehetséges.

(1 pont)

Példa egy helyes elrendezésre:

14, 6, 15, 35, 21, 33, 22, 10, 55

(3 pont)

b) Ez is lehetséges.

(1 pont)

Példa egy helyes elrendezésre:

14, 35, 21, 6, 15, 55, 33, 22

(3 pont)

Figyeljük a prímtényező alakokat:

$2 \cdot 3, 2 \cdot 5, 2 \cdot 7, 2 \cdot 11,$

$3 \cdot 5, 3 \cdot 7, 3 \cdot 11$

$5 \cdot 7, 5 \cdot 11$

(1 pont)

Azok lehetnek szomszédosak, amelyeknek van közös prímjük.

(1 pont)

összesen: (10 pont)

2. feladat: Egy utcában öt ház áll egymás mellett sorban. A házak lakói valamilyen sorrendben a Kovács család, Szabó család, Nagy család, Kiss család és a Takács család. Mind az öt családnak van egy-egy állata: kutya, cica, papagáj, teknős és nyuszi. Szemben állva a házakkal a családokra a következő állítások igazak:

(a) A Kiss család és a teknős szomszédok.

(b) A teknős a nyuszihoz képest balra lakik.

(c) A teknős nem az első házban lakik.

(d) A papagáj és a Nagy család nem szomszédok.

(e) A kutya a harmadik házban lakik.

(f) A cica a nyuszihoz képest jobbra lakik.

(g) A Szabó család az első házban lakik.

(h) Takácséknak a házi állata a nyuszi

Add meg, melyik házban ki lakik, és milyen állatot tart.

(10 pont)

2. feladat megoldás :

A kutya a 3. házban lakik. A teknős nem lakik az 1. házban, és mivel a nyuszi és cica tőle jobbra lakik, ezért csak a 2. házban lakhat.

(2 pont)

Így a nyuszi a 4. házban, míg a cica az 5.-ben lakik.

(1 pont)

A papagáj maradt az 1. házra Szabóékkel.

(1 pont)

Kiss család a teknős szomszédja, tehát Kissék a 3. házban laknak.

(1 pont)

Takácsék a 4. házban a nyuszival.

(1 pont)

Mivel Nagy család és a papagáj nem szomszédok, ezért Nagyék az 5. házban,

(1 pont)

végül Kovácsék a 2. házban laknak.

(1 pont)

1.ház: Szabó — papagáj;

2.ház: Kovács — teknős;

- 3.ház: Kiss — kutya;
 4.ház: Takács — nyuszi;
 5.ház: Nagy — cica

(2 pont)
 összesen:(10 pont)

3. feladat: A logikai készletben háromszögek, négyszögek és körök vannak. Mindegyik formából van kicsi és nagy, lyukas és nem lyukas, illetve piros, zöld, kék és sárga. Minden fajtából pontosan egy darab van, azaz készletben nincs két olyan elem, melynek alakja, színe, mérete és lyukassága egyaránt megegyezik.

Hány olyan eleme van a logikai készletnek, amely a kicsi, lyukas, piros körrel pontosan kettő tulajdonságban egyezik? (10 pont)

3. feladat megoldás:

méret	lyukasság	szín	alak		darabszám
X	X			kicsi, lyukas, nem piros, nem kör	$2 \cdot 3 = 6$ db
X		X		kicsi, nem lyukas, piros, nem kör	2 db
X			X	kicsi, nem lyukas, nem piros, kör	3 db
	X	X		nem kicsi, lyukas, piros, nem kör	2 db
	X		X	nem kicsi, lyukas, nem piros, kör	3 db
		X	X	nem kicsi, nem lyukas, piros, kör	1 db
				Összesen	17 db

Az esetek helyes szétválasztása esetenként: (0.5-0.5 pont)
 összesen(3 pont)

Az elemek számának helyes meghatározása esetenként: (1-1 pont)

összesen(6 pont)

Helyes végeredmény: (1 pont)

összesen:(10 pont)

4. feladat: A következő feladatban az azonos betűk azonos, a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Milyen összeadást titkosítottunk? Keresd az összes megoldást!

$$ABAC + ABAA = DBDE$$

Tudjuk még, hogy az $ABAA$ négyjegyű szám páros, és azt is, hogy az E legfeljebb 5. (10 pont)

4. feladat megoldás :

$A + A$ nem ad 10-es átlépést, ezért $A + A = D$, vagy $A + A = D - 1$ (ha volt maradék $C + A$ és $B + B$ esetén) (1 pont)

Mivel így $A < 5$, ezért $A + A$ legfeljebb 8 lehet, (1 pont)

amihez legalább 2 maradék kéne $C + A$, és $B + B$ összegből, (1 pont)

ami nem lehet, mert $9 + 9 = 18$ a maximális összeg. (1 pont)

Ezért $A + A = D$, és $B + B = B$ miatt $B = 0$ (1 pont)

A páros, tehát $A = 2$, (1 pont)

vagy $A = 4$. (1 pont)

A lehetséges összegek:

$$2021 + 2022 = 4043 \quad (1 \text{ pont})$$

$$2023 + 2022 = 4045 \quad (1 \text{ pont})$$

$$4041 + 4044 = 8085 \quad (1 \text{ pont})$$

összesen:(10 pont)

5. feladat: Olyan négyszögeket keresünk, melyeknek

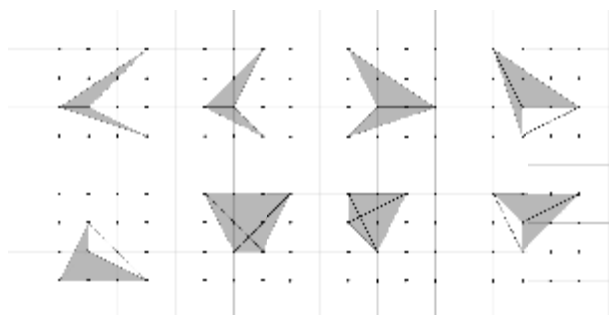
- (a) minden csúcsa a megadott rácspontokon van;
- (b) egyik csúcsa az x-szel jelölt rácspont;
- (c) átlói merőlegesek egymásra;
- (d) nem deltoid.

Hány ilyen páronként NEM egybevágó négyszög van?

Keressd meg az összeset!

(Ebben a feladatban nem kell indoklást írnod, de törekedj a pontos rajzra!) Jelöld a 4 csúcsot, rajzold meg a négyszöget, és a két átlót! Add meg a megoldások számát! Próbálgatáshoz használd a négyzetrácsot, az itt látható ábrákba csak a megtalált megoldásaidat rajzold be. (Több ábra van, mint amennyi helyes megoldás lehetséges.) (10 pont)

5. feladat megoldás:



Az első két helyes ábra

Minden további helyes ábra

(2-2 pont)

(1-1 pont)

összesen: (10 pont)