

**Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye**  
**5. osztály**  
**I. forduló**  
**MEGOLDÁSOK**

**1. feladat:** A tóparton hétpettyes és ötpettyes katicabogarakat figyeltünk meg és megszámláltuk a pöttyeiket. Összesen 14 bogarat és 78 pöttyt számoltunk össze. Hány darab ötpettyes és hány darab hétpettyes katicabogár volt köztük? (6 pont)

**1. feladat megoldás:** Ha minden katicabogár ötpettyes lenne, akkor a 14 bogárnak összesen 70 pettye lenne. (1 pont)

Ha kicserélünk egy ötpettyes katicát egy hétpettyesre, az 2-vel növeli a pettyek számát. (2 pont)

Mivel  $78 - 70 = 8$ , és  $8 : 2 = 4$ , ezért négy ötpettyes katicabogár helyett kell négy darab hétpettyeset vennünk. (2 pont)

Tehát összesen tíz darab ötpettyes és négy darab hétpettyes katicabogarat figyeltünk meg. (1 pont)

**Megjegyzés:** Ha a versenyző rátalál a helyes megoldásra, de nem indokolja, hogy nincs más megoldás, akkor az 6 pontból csak 3 pontot kapjon.

**2. feladat:** Van három számkártyánk, melyeken a 2, 3, 7 számok láthatóak. Képezzük belőlük az összes lehetséges háromjegyű számot, leírjuk őket egy papíra. Mennyi lesz az így kapott számok összege? (6 pont)

**2. feladat megoldás:** Összes eset: 237, 273, 327, 372, 723, 732 (5 pont)

**Megjegyzés:** 2 jó szám megtalálása: 1 pont, 3 jó szám: 2 pont, 4 jó szám: 3 pont, 5 jó szám: 4 pont, 6 jó szám: 5 pont.

Ezen számok összege:  $2400 + 240 + 24 = 2664$ . (1 pont)

**3. feladat:** Egy zsákban piros, zöld, sárga és kék golyók vannak, összesen 50 darab. Tudjuk, hogy a piros és zöld golyók száma együtt megegyezik a sárga és a kék golyók számának összegével, valamint a zöld és sárga golyók száma együtt ugyanannyi, mint a piros és kék golyók számának összege. Azt is tudjuk, hogy összesen nyolc darab golyó piros vagy sárga. Hány darab golyó található az egyes színűekből a zsákban? (6 pont)

**3. feladat megoldás:** Mivel a piros és a zöld golyók számának összege egyenlő a sárga és kék golyók számának összegével, mindkét összeg megegyezik az összes golyók számának felével. (1 pont)

Ugyanez elmondható a zöld és sárga, illetve a sárga és kék golyók számának összegéről is. (1 pont)

Így tehát a piros golyók számához ha hozzáadjuk a zöld golyók számát, az ugyanannyi, mintha a sárga golyók számát adnánk hozzá, vagyis ugyanannyi zöld és sárga golyó van. (1 pont)

Tudjuk, hogy ezekből együtt összesen 8 db van, ezért 4 piros és 4 sárga golyó van. (1 pont)

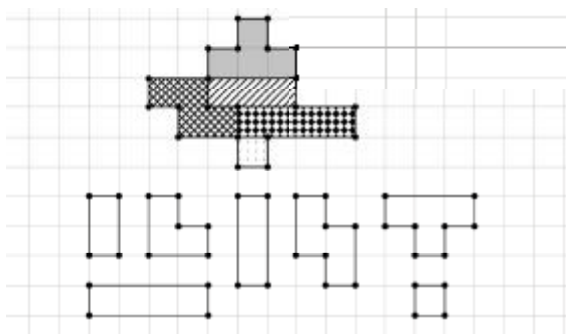
Hasonlóan a zöld és kék golyók száma is egyenlő. (1 pont)

Ezekből együtt összesen  $50 - 8 = 42$  db van, ezért külön külön 21-21 db van belőlük. (1 pont)

**4. feladat:** Az ábrán legfelül látható nagy alakzatot szeretnénk lefedni átfedés nélkül és hézagmentesen az alatta látható kisebb tetrisz-szerű elemek segítségével. Az ábrán legfelül látható nagy alakzatot szeretnénk lefedni átfedés nélkül és hézagmentesen az alatta látható kisebb tetrisz-szerű elemek segítségével. Mindegyikből csak 1 darab áll rendelkezésre, továbbá az elemeket forgatni és tükrözni is szabad. Legkevesebb hány darabot kell felhasználnunk az elemekből? Mutass egy példát is a lehető legkevesebb elemmel történő lefedésre, valamint indokold meg, hogy ennél keveseb darabszámú elem felhasználásával nem valósítható meg a lefedés! Legkevesebb hány darabot kell felhasználnunk az elemekből? Mutass egy példát is a lehető legkevesebb elemmel történő lefedésre, valamint indokold meg, hogy ennél keveseb darabszámú elem felhasználásával nem valósítható meg a lefedés! *(6 pont)*

**4. feladat megoldás:** Négy, vagy annál kevesebb elem felhasználása nem elegendő, mert a négy legnagyobb területű elem összesen  $3 \cdot 4 + 3 = 15$  egységnyi területű, a lefedni kívánt alakzat területe pedig 16 egységnyi terület. *(3 pont)*

5 elemből a lefedés megvalósítható, például az alábbi módon:



Bármilyen jó lefedés ábrázolása megfelelő. *(3 pont)*

**5. feladat:** Egy futóversenyen Anna, Bence, Csongor és Dani végeztek valamilyen sorrendben az első négy helyen. Döntetlen nem volt. A verseny után a gyerekek a következőket mondták:

Anna: Én nyertem,

Bence: Nem lettem utolsó.

Csongor: Két helyezéssel előrébb végeztem, mint Anna.

Dani: Bencénél jobb helyezést értem el.

Ki végzett a harmadik helyen, ha tudjuk, hogy pontosan az egyikük nem mondott igazat? *(6 pont)*

**5. feladat megoldás:** Anna és Csongor állítása nem lehet egyszerre igaz, tehát közülük valaki nem mondott igazat. Tegyük fel, hogy Anna mondott igazat, Csongor pedig nem. Ekkor Bence és Dani is igazat mondanak, ezért Bence nem lett utolsó, tehát csak 2. vagy 3. lehet. *(1 pont)*

Mivel azonban Anna nyert, és Dani Bence előtt kellett, hogy végezzen, ezért Bence csak 3. lehetett, Csongor pedig a negyedik helyen végzett. *(1 pont)*

Ha viszont Anna hazudott és Csongor mondott igazat, akkor Csongor és Anna az 1. és a 3., vagy a 2. és a 4. helyen végeztek. *(1 pont)*

Ha Csongor 1., Anna pedig 3. helyen futott be, akkor mivel Dani előrébb végzett mint Bence, ő nem lehetett utolsó, tehát ő lett a 2., és Bence az utolsó. Ekkor Bence hazudott volna, tehát ez nem lehetséges. *(1 pont)*

Ha Csongor 2., Anna 4. helyen végzett, akkor Dani az 1. és Bence a 3. *(1 pont)*

Mindkét lehetséges esetben Bence végzett a harmadik helyen. *(1 pont)*

**Megjegyzés:** Ha a tanuló táblázatban vizsgálja a lehetséges eseteket és helyes megállapításokat tesz, ezeket egyértelműen jelzi, akkor megkaphatja a maximális pontszámot.